Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Matematica II - Prova Scritta - 09/06/2006

1. Data la funzione
$$f(x,y) = (y-x)e^{-x^2-y^2},$$
calcolare eventuali punti di massimo e di minimo relativi.

2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:
$$y' - 2 = \frac{1}{\sqrt{1-(2x-y)^2}}, \qquad\qquad y''' - 2y'' + y' - 2y = e^x\,(x-1)\,.$$

3. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \frac{ye^x + e^x - y}{\sqrt{1+\cos^2 x}}ds \qquad\qquad \gamma : \begin{cases} x = t \\ y = \sin t \end{cases} \qquad\qquad t \in [0, \pi/2].$$

4. Data la forma differenziale
$$\omega(x,y) = y\left[\log\left(\frac{y}{x}\right) - 1\right]dx + x\left[\log\left(\frac{y}{x}\right) + 1\right]dy,$$
   a) verificare se è chiusa;
   b) verificare se è esatta;
   c) nel caso sia esatta determinarne una primitiva;
   e) calcolare il lavoro che il campo vettoriale associato compie per spostare il punto materiale lungo la curva $y = x^2 + 1$ dal punto $P(1,1)$ al punto $Q(2,5)$.

5. Calcolare il seguente integrale doppio
$$\iint_D y \arctan x \; dxdy$$
dove D è il dominio rappresentato in figura

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Matematica II - Prova Scritta - 07/07/2006

1. Data la funzione
$$f(x,y) = 2x^2y + xy^2 - 2xy,$$
calcolare eventuali punti di massimo e di minimo relativi.

2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:
$$y' = \frac{3y^2 - 4xy - 2x^2}{2xy - 5x^2}, \qquad y'' + 4y = \sin 2x + \cos 2x + e^{2x}.$$

3. Calcolare il seguente integrale doppio
$$\iint_D \frac{y}{(1+x)^2}dxdy$$
dove $D = \left\{(x,y) \in R^2 : \frac{1}{9} \leq x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4};\ \sqrt{3}x \leq y \leq 0;\ x \leq 0\right\}$.

4. Calcolare la lunghezza dell'arco di curva di equazione $y = \log(1-x^2)$ avente per estremi i punti di ascisse $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$.

5. Stabilire per quali valori della costante a la forma differenziale
$$\omega(x,y) = \frac{x}{y-x^2}dx - \frac{1}{a(y-x^2)}dy$$
è esatta e determinare

   a) le primitive;

   b) $\int_\gamma \omega$, dove γ è la curva di equazione cartesiana $y = 3 + \sin x$, con $x \in [0, \pi/2]$, percorsa nel verso delle x crescenti.

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Matematica II - Prova Scritta - 08/09/2006

1. Data la funzione
$$f(x,y) = x^2y^2 + x^3y^2 - x^2 + 2y^2,$$
calcolare eventuali punti di massimo e minimo relativi e di sella.

2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:
$$2xy' - y^2 \log x - 2y = 0, \qquad\qquad y''' - y'' + y' - y = e^x(1 + \sin x).$$

3. Calcolare la lunghezza dell'arco di curva di equazione $y = \log \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$ avente per estremi i punti di ascisse $x = 1$, $x = 2$.

4. Stabilire per quali valori della costante a la forma differenziale
$$\omega(x,y) = \frac{(a + x^2)dy - 2xydx}{1 + y^2 + 2x^2 + x^4}$$
è esatta e determinare
   a) le primitive;
   b) $\displaystyle\int_\gamma \omega$, dove γ è l'arco di curva di equazione cartesiana $x^2+y^2-(\sqrt{3}+1)y+\sqrt{3} = 0$, tra i punti $A = (0,1)$ e $B = (0,\sqrt{3})$, percorsa nel verso delle x cescenti.

5. Calcolare il seguente integrale doppio
$$\iint_A x \sin|x^2 - y| dxdy$$
dove $A = \{(x,y) \in R^2 : 0 \leq x \leq 1;\;\; 0 \leq y \leq 1\}$.

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Matematica II - Prova Scritta - 18/04/2007

1. Data la funzione
$$f(x,y) = y^2 - 2xy - x^2 - 2y + 6x,$$
calcolare eventuali punti di massimo e di minimo relativi.

2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:
$$y'\sqrt{x} + y\ (\sin\sqrt{x})\ \log y = 0, \qquad\qquad y'' - 2y' + y = 2e^x.$$

3. dato il dominio D limitato dalle rette $y = 1$, $y = 2$, $x = 4$ e dalla curva di equazione $x = y^2$, calcolare il seguente integrale:
$$\iint_D x \log y\ dxdy.$$

4. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma y \cos x\, ds,$$
dove γ è la parte del grafico della funzione $y = \sin x$ compresa tra i punti di ascisse $\pi/6$ e $\pi/3$.

5. Stabilire se la forma differenziale
$$\omega(x,y) = \frac{\sqrt{y}}{1 + x^2 y} dx + \frac{x}{2\sqrt{y}\,(1 + x^2 y)} dy$$
è esatta; inoltre

   a) determinarne una primitiva;

   b) determinare $\displaystyle\int_\gamma \omega$, dove γ è la parte di bisettrice di primo e terzo quadrante compresa tra i punti di ascisse 0 e 1.

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Matematica II - Prova Scritta - 15/01/2007

1. Data la funzione
$$f(x,y) = 2\sin x\cos x + 2\sin y\cos y,$$
calcolare eventuali punti di massimo e di minimo relativi.

2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:
$$3xy' = y\left(1 + x\sin x - 3y^3\sin x\right), \qquad\qquad y''' + y'' = x^2 + 2 + 3xe^x.$$

3. Calcolare il seguente integrale doppio
$$\iint_D \frac{|y|}{(x^2+y^2)^2}dxdy$$
dove $D = \left\{(x,y) \in R^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4x;\ |y| \leq \sqrt{3}x\right\}.$

4. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma x^2 ds,$$
dove γ è la circonferenza di centro $C\left(1,0\right)$ e raggio $r = 1$, percorsa in senso orario.

5. Stabilire se la forma differenziale
$$\omega(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2y}}dx + \frac{1}{\sqrt{x^2+2y}}dy$$
è esatta e
   a) determinare le primitive;
   b) determinare $\displaystyle\int_\gamma \omega$, dove γ è la curva di equazioni parametriche
$$\gamma\left(t\right) = \begin{cases} x\left(t\right) = & e^{3t} + 1 \\ y\left(t\right) = & \log 2t + 1 \end{cases}, \quad t \in [1,2].$$

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Matematica II - Prova Scritta - 5/02/2007

1. Data la funzione
$$f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2,$$
calcolare eventuali punti di massimo e minimo relativi e di sella.

2. Risolvere i seguenti problemi di equazioni differenziali:Risolvere i seguenti problemi di equazioni differenziali:
$$\begin{cases} y' + \frac{1}{2x} y = \frac{x\sin(x)}{3+\cos(x)} y^3 \\ y(1) = 1, \end{cases} \qquad \begin{cases} y'' - 3y' - 18y = e^{-2x}, \\ y(0) = 0, \\ \lim\limits_{x\to+\infty} y(x) = 0. \end{cases}$$

3. Calcolare il seguente integrale doppio
$$\iint\limits_D \frac{|x| + y}{(x^2+y^2)^2} \, dxdy$$
dove $D = \{(x,y) \in R^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$.

4. Calcolare la lunghezza della curva γ di equazioni:
$$\gamma : \quad \begin{cases} x(t) = \int_0^t e^{2s}\left(e^s \sin s^2 + \cos s^2\right) ds \\ y(t) = \int_0^t e^{2s}\left(e^s \cos s^2 - \sin s^2\right) ds \end{cases} \qquad t \in [0,1]$$

5. Stabilire se la forma differenziale
$$\omega(x,y) = \frac{x}{x+y} dx + \frac{y}{x+y} dy$$
è esatta nel suo insieme di definizione e determinare,

   a) le primitive ,se esistono;

   b) $\int\limits_\gamma \omega$, dove γ è l'arco di curva descritto in figura.